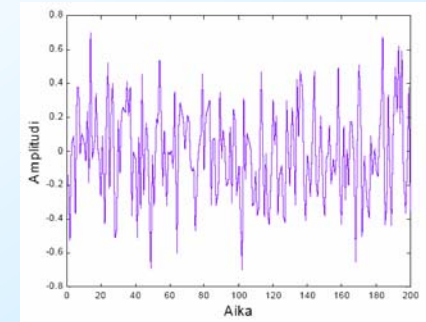


## Kohina

Kohinan mittaaminen  
Kohinaan liittyvää terminologiaa  
Kohinatyytit  
Mittausvahvistin

## Kohina

- Kohinalla tarkoitetaan elektronisessa järjestelmässä **spontaania fluktuatiota**, joka aiheutuu jonkin laitteen, komponentin tai materiaalin fysiikasta
- Kun mitataan pieniä signaaleja, mittauksen alarajan (pienimmän mitattavan signaalin) määrää useimmiten järjestelmän kohina.



Kuva: Raimo Silvennoinen

## Kohina

- Kohina on satunnaismuuttuja, joka voidaan määrittellä ainoastaan tilastollisesti.
- Kohinan käyttäytymistä ei voida ennustaa eikä sitä voida poistaa. Suunnittelullisin keinoin sitä tai sen vaikutusta voidaan kuitenkin **minimoida**.

$$\text{Keskiarvo } \bar{u} = \frac{\int_0^T u(t) dt}{T} = 0$$

$$\text{Hajonta } \sigma = \sqrt{\frac{\int_0^T [u(t) - \bar{u}]^2 dt}{T}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [u_i - \bar{u}]^2}{N}}$$

## Kohinan mittaaminen

- Kohinan **RMS** arvo (hajonta, tehollisarvo) tietyllä **taajuuskaistalla (B)** voidaan mitata monilla tavoin:
  - Oskilloskooppi, **RMS**-yleismittari, tehomittari...
  - Ei spektristä informaatiota jakautumisesta eri taajuuksille
- Taajuusinformaatiota kohinasta saadaan mittaamalla **spektrianalysaattorilla**
  - **Tehotiheyspektri** = spektraalitiheys (teho-, kohinajännite- tai kohinavirtatiheys) yksikkökaistalla (1 Hz).
  - **Amplitudispektri** = tehollisarvo/amplitudi taajuuden funktiona analysaattorin **kohinakaistanleveyttä** kohti

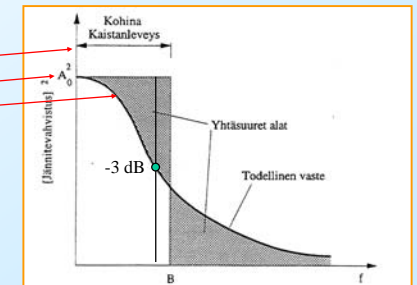
## Amplitudispektri vs. tiheyspektri

- **Amplitudispektrissä** lukemat esitetään analysaattorin **kohinakaistanleveyttä** kohti
- **Tiheyspektrissä** lukemat esitetään yksikkökaistaa (1 Hz) kohti.
  - Useimmista spektrianalysaattoreista löytyy asetus, jolla ne näyttävät suoraan spektraalitiheyttä (kohinajännitetiheys)
  - Spektraalitiheys voidaan laskea amplitudispektristä, kun tiedetään spektrianalysaattorin **kohinakaistanleveys**
  - **Spektrianalysaattorin kohinakaistanleveys ei ole yksikkökaista**, vaan paljon suurempi, jopa megahertsejä
- Spektrianalysaattorin oma kohina on perimmäinen rajoitus kohinamittauksia tehtäessä

## Kohinakaistanleveys

- Analysaattorin päästökaistalle, tai järjestelmän taajuuskaistalle
- Kohinakaistanleveys  $\neq$  resoluutiokaistanleveys
  - Saadaan -3 dB rajataajuudesta kertomalla vakiolla
  - Vakio riippuu resoluutiokaistanleveydestä ja suotimen jyrkkyydestä

$$B = \frac{1}{A_0^2} \int_0^{\infty} |A(f)|^2 df$$



Kohinakaistanleveys > resoluutiokaistanleveys

## Kohinan mittaaminen

- Tiheyksistä tehoon tai RMS arvoihin
  - Kohinan tehotiheys  $S(f)$ 
    - Tehotiheyden yksiköt: [W/Hz] (tai [V<sup>2</sup>/Hz], [A<sup>2</sup>/Hz])

$$P = \int_a^b S(f) df \quad \text{Valkoinen kohina: } S(f) = S_0 \rightarrow P = S_0 (b - a)$$

- Kohinajännitetiheys  $u_n(f)$  tai kohinavirtatiheys  $i_n(f)$  Taajuusväli
  - Yksiköt: [V/Hz<sup>1/2</sup>] tai [A/Hz<sup>1/2</sup>]

$$V_{rms} = \sqrt{\int_a^b u_n^2(f) df} \quad \text{Valkoinen kohina: } u_n(f) = u_0 \rightarrow$$

$$V_{rms} = \sqrt{\int_a^b u_0^2 df} = \sqrt{u_0^2 (b - a)} = u_0 \sqrt{b - a}$$

Taajuusväli

## Kohinan mittaaminen

- Kohinan esitystavat (yhteenveto)
  - **Tehon tai tehollisarvon avulla:**  
Kohinateho tai jännitteen tehollisarvo sopivat kuvaamaan kohinaa tietyllä **kaistalla**
  - **Tiheyspektrien avulla:**  
Spektraalista tiheyttä voidaan käyttää esitettäessä kohinan jakautumista eri taajuuksille
    - Tehotiheyden yksiköt: [W/Hz, V<sup>2</sup>/Hz tai A<sup>2</sup>/Hz]
    - Kohinajännitetiheys tai -virtatiheys: [V/Hz<sup>1/2</sup> tai A/Hz<sup>1/2</sup>]
    - Useissa spektrianalysaattoreissa on moodi, jolla saadaan mitattua suoraan spektraalisia tiheyksiä (jännitteelle)

# Esimerkki operaatiovahvistimista

OP27

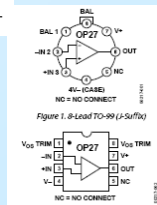
## SPECIFICATIONS

### ELECTRICAL CHARACTERISTICS

$V_s = \pm 15\text{ V}$ ,  $T_a = 25^\circ\text{C}$ , unless otherwise noted.

Table 1.

Parameter	Symbol	Conditions	OP27A/E			OP27/G			Unit
			Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
INPUT OFFSET VOLTAGE <sup>1</sup>	$V_{os}$		10	25		30	100		$\mu\text{V}$
LONG-TERM $V_{os}$ STABILITY <sup>2,3</sup>	$V_{os}/\text{Time}$			0.2	1.0		0.4	2.0	$\mu\text{V}/\text{Mo}$
INPUT OFFSET CURRENT	$I_{os}$		7	35		12	75		nA
INPUT BIAS CURRENT	$I_b$		$\pm 10$	$\pm 40$		$\pm 15$	$\pm 80$		nA
INPUT NOISE VOLTAGE <sup>4</sup>	$e_{n,pp}$	0.1 Hz to 10 Hz	0.08	0.18		0.09	0.25		$\mu\text{V p-p}$
INPUT NOISE Voltage Density <sup>5</sup>	$e_n$	$f_0 = 10\text{ Hz}$	3.5	5.5		3.8	8.0		nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
		$f_0 = 30\text{ Hz}$	3.1	4.5		3.3	5.6		nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
		$f_0 = 1000\text{ Hz}$	3.0	3.8		3.2	4.5		nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
INPUT NOISE Current Density <sup>5</sup>	$i_n$	$f_0 = 10\text{ Hz}$	1.7	4.0		1.7			pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$
		$f_0 = 30\text{ Hz}$	1.0	2.3		1.0			pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$
		$f_0 = 1000\text{ Hz}$	0.4	0.6		0.4	0.6		pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$
INPUT RESISTANCE									



# Kohinan mittaaminen

- Määritelmä: signaali-kohinasuhde

Kohinattoman signaalin tehon  $P_s$  ja kohinatehon  $P_n$  suhde:

$$SNR = 10 \log \left[ \frac{P_s}{P_n} \right] \text{ [dB]}$$

tai signaalin tehollisarvon  $V_{RMS}$  ja kohinan tehollisarvon  $e_n$  suhde:

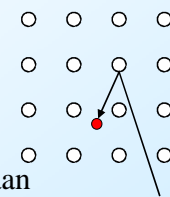
$$SNR = 20 \log \left[ \frac{V_{RMS}}{e_n} \right] \text{ [dB]}$$

# Kohinatyyppit

- Kohinamekanismeja:
  - Terminen kohina
  - Raekohina
  - 1/f-kohina
  - Kvantisointikohina
  - Kombinaatio-rekombinaatio -kohina
  - Kohina termisessä epätasapainossa.
  - Avalanche-kohina (Zener-diodit).
  - ...

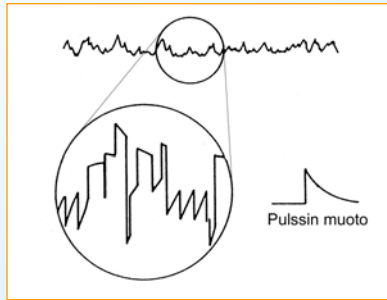
# Terminen kohina

- Terminen kohina aiheutuu varauksenkuljettajien satunnaisista nopeusmuutoksista:
  - Varauksenkuljettajien liike on lämpöenergian synnyttämää
  - Nopeusmuutokset aiheutuvat törmäyksistä **värähtelevään** kidehilaan
- Termistä kohinaa syntyy vain energiaa lämmöksi muuttavissa komponenteissa: **elektronisissa laitteissa resistiiviset komponentit kohisevat**
- Terminen kohina määrää resistiivisen komponentin pienimmän kohinatason



## Terminen kohina

- Terminen kohina voidaan esittää toisistaan riippumattomien törmäysten aiheuttamien samanlaisten pulssien jonona.



- Koska pulssit ovat toisistaan riippumattomia, on pulssien välinen aika Poisson-jakautunut.

## Terminen kohina

- Pulssijonon synnyttämän kohinan aaltomuoto  $x(t)$  on:

$$x(t) = \sum_k a_k f(t - t_k)$$

K:n pulssin amplitudi
K:n pulssin alkuhetki

- Tällöin kohinan tehotiheys voidaan esittää muodossa:

Carsonin teoreemasta:  $\overline{S_x(f)} = 2\nu a^2 |F(f)|^2$

Keskimääräinen toistotaajuus
Keskimääräinen amplitudin neliö

## Terminen kohina

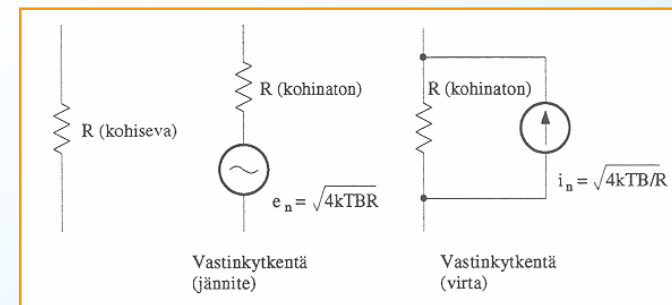
- Erikoistapaus: Pulssin muoto on impulssi  $\rightarrow$  impulssijonon tehotiheys:  $\overline{S_x(f)} = 2\nu a^2 \quad (F(\omega) = 1)$
- Tämä on tärkeä tulos, koska termistä kohinaa voidaan approksimoida impulssijonolla:
  - Keskimääräinen toistotaajuus  $\nu$  ja amplitudi  $a$  voidaan laskea tilastollisen fysiikan avulla  $\rightarrow$

$$\overline{S_u(f)} = 4kTR$$

$k$ =Bolzmannin vakio,  $1.381 \times 10^{-23}$  J/K),  
 $T$ =absoluuttinen lämpötila [K]  
 $R$ =resistanssi

- Kohinateho on tasaisesti jakautunut eri taajuuksille, eli kyseessä on ns. valkoinen kohina.
- Valkoisen kohinan amplitudi on Gaussisesti jakautunut

## Terminen kohina



$$S_u(f) = 4kTR$$



$$u_n = \sqrt{4kTB}$$

Termisen kohinajännitteen tehotiheys

Termisen kohinajännitteen tehollisarvo

$k$ =Bolzmannin vakio  
 $T$ =absoluuttinen lämpötila [K]  
 $R$ =resistanssi  
 $B$ =kaistanleveys

## Terminen kohina

- Vain lämpötila ja taajuuskaista vaikuttavat vastuksesta saatavaan kohinatehoon. **Resistanssin suuruus ei vaikuta.**

$$P_{ave} = u_n^2/R = 4kTB$$

$k$ =Bolzmannin vakio  
 $T$ =absoluuttinen lämpötila [K]  
 $B$ =kaistanleveys

- Terminen kohina ei voi olla valkoista äärettömille taajuuksille, koska tällöin teho olisi ääretön.
  - Varaustenkuljettajien lämpöliikkeen aiheuttamien törmäysten välinen aika rajoittaa korkeiden taajuuksien syntymistä.
  - Käytännössä elektroniset kytkennät rajoittavat kaistaa jo paljon matalammilla taajuuksilla.

## Termisen kohinan minimointi

$$u_n = \sqrt{4kTB}$$

- Pudotetaan lämpötilaa  $T$ :  
**Kryostaatit, Termosähköiset jäädyttimet**
- Kavennetaan kaistaa  $B$ :  
Alipäästösuodatus,  
kaistanpäästösuodatus,  
keskiarvoistus
- Kohinasovitus



Kuva: Kryogeeninen absoluuttiradiometri upotettuna neste-heliumiin

## Raekohina

- Raekohinaa syntyy komponenteissa, joissa **virta** etenee erillisten varausten kuljettamana (tunneloituminen).
- Tällaisia komponentteja ovat mm. transistori ja diodi (PN-rajapinta) sekä tyhjiöputket.
- Myös raekohina voidaan esittää satunnaisesti syntyvien samanlaisten (im)pulssien jonona, jonka tehotiheys on:

$$\overline{S_x(f)} = 2\nu a^2$$

- Nyt toistotaajuus  $\nu$  ja pulssin 'amplitudi'  $a$  voidaan laskea helposti:  $\nu = I_{dc}/e$ ,  $a = e \rightarrow$

$$\overline{S_x(f)} = 2eI_{dc}$$

## Raekohina

- Raekohina on myös valkoista kohinaa, jonka amplitudi on Gaussisesti jakautunut.
- Korkeilla taajuuksilla raekohinaa rajoittaa kulkuaikeviive.

$$S_i(f) = 2eI_{dc} \quad \Rightarrow \quad I_{rms} = \sqrt{2eI_{dc}B}$$

Raekohinavirran tehotiheys                      Raekohinavirran tehollisarvo

$e$  = alkeisvaraus  
 $I_{dc}$  = DC-virta  
 $B$  = kaistanleveys

## Raekohinan minimointi

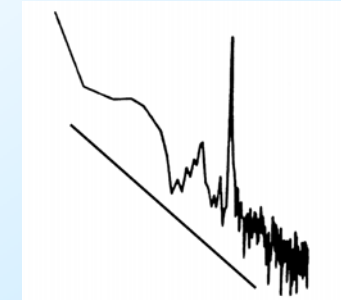
$$I_{rms} = \sqrt{2eI_{dc}B}$$

- Vältetään PN-liitoksia signaalitiellä (ei diodeja)
- FET-transistorikytkennät kohisevat vähemmän kuin BJT-transistorikytkennät (Hilan läpi ei mene virtaa)
- Pidetään virrat  $I$  pieninä, mikäli ei vaikuta signaaliin
- Kavennetaan kaistaa  $B$

## 1/f-kohina

- Matalilla taajuuksilla esiintyvää kohinaa, jonka alkuperä ei ole (täysin) tiedossa.
- 1/f-kohinan tehotiheys on (likimain) kääntäen verrannollinen taajuuteen:  $1/f^\alpha, \alpha = 0,5 \dots 1,5$

- Voidaan havaita lukuisissa eri systeemeissä



## 1/f-kohina

- Ensimmäinen havainto tyhjiöputkissa (Johnson 1925)
  - Schottky: syy elektronien kuljetusilmiöissä

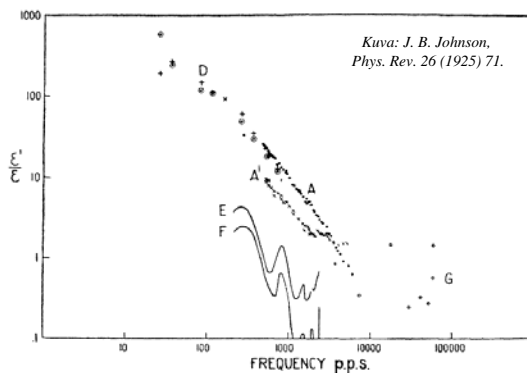


Fig. 6. Frequency variation for tube No. 2, coated filament; same data as in Fig. 4 plotted to a frequency scale; curves E and F give Hartmann's results for 2 m-a. and 20 m-a.; points G were obtained with less steady measuring circuit.

## 1/f-kohina

- 1/f-kohinaa esiintyy hyvin monissa systeemeissä
  - 1/f-kohinalle ei ole yleistä, yleisesti hyväksyttyä, mallia tai teoriaa vaikka sitä on etsitty
  - 1/f-kohinalle on tapauskohtaisia malleja, jotka selittävät sen synnyn eri komponenteissa/ilmiöissä
- Keskiarvoistettaessa riittävästi (pitkä integrointiaika → matala taajuus) tulee 1/f-kohina määrääväksi (hyvin matalilla taajuuksilla tämä ei välttämättä enää päde)
- Voidaan minimoida moduloimalla mittaus korkeammille taajuuksille

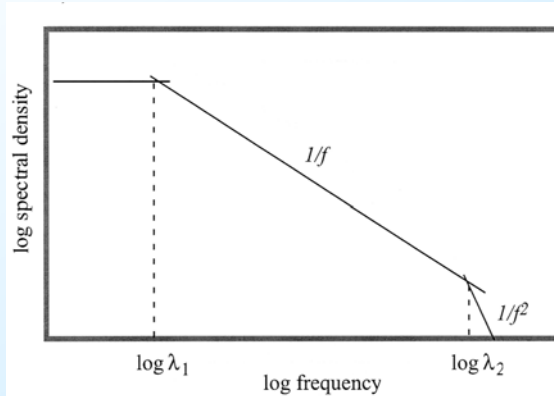
**1/f-kohinan ollessa määräävä, ei keskiarvoistamisesta ole hyötyä**



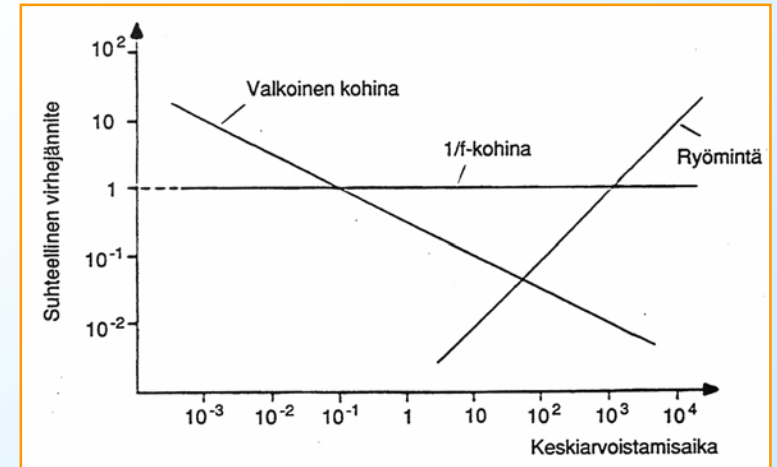
## 1/f-kohina

- Kuinka alhaiselle taajuudelle 1/f kohina ulottuu?

– Useimmissa tapauksissa 1/f kohina ulottuu niin pitkälle kuin mittausta jatketaan



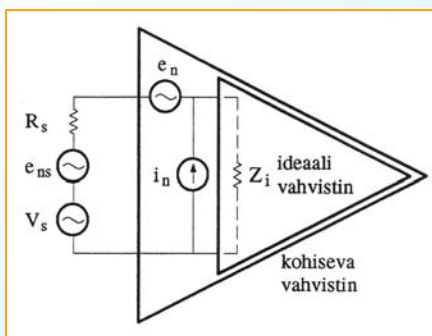
## Keskiarvoistus ja kohina



(Allan varianssi)

## Mittausvahvistin

- Mittausvahvistin ja sen kohina
  - Kohinaa on mm. vahvistimissa, antureissa...
  - Vahvistus huonontaa aina signaali-kohinasuhdetta
  - Kohinamalli:



Korreloimattomat kohinalähteet summautuvat neliöllisesti:

$$e_{nt}^2 = K^2 (e_{ns}^2 + e_n^2 + i_n^2 R_s^2)$$

missä

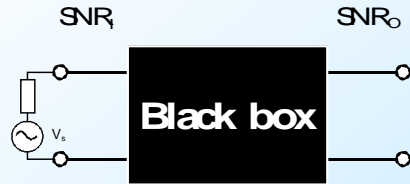
$$K = \frac{Z_i}{R_s + Z_i}$$

## Kohinalähteiden yhteisvaikutus

- Korreloimaton kohina summautuu neliöllisesti:
 
$$e_n = \sqrt{\sum_{i=1}^N e_i^2}$$
- Elektronisen kytkennän ulostulon kohina arvioidaan laskemalla kunkin kohinalähteen aiheuttama kohina erikseen ja summaamalla kohinat neliöllisesti yhteen.
- Kohinamalli:
  - Arvioidaan järjestelmän kohinakaista  $B$
  - Korvataan vahvistimet niiden kohinamalleilla
  - Korvataan resistiiviset komponentit, kuten vastukset ja resistiiviset anturit kohinamalleilla
  - Yleensä ollaan kiinnostuneita signaali/kohina-suhteesta

# Kohinaan liittyvää terminologiaa

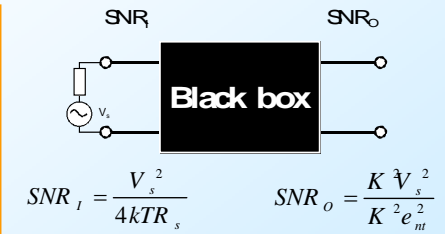
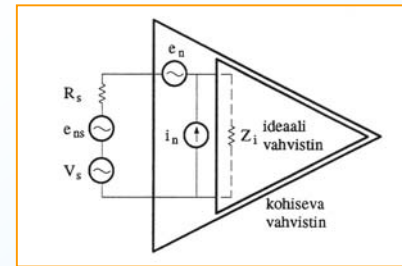
- Kohinaluku  $F$ 
  - Kuvaa vahvistimen aiheuttamaa lisäkohinaa signaalissa.



- Määritelmä:  $F = \frac{\text{Signaali-kohinasuhde sisääntulossa}}{\text{Signaali-kohinasuhde ulostulossa}}$

(290 K lämpötilassa)

# Vahvistimen sovittaminen



$$SNR_i = \frac{V_s^2}{4kTR_s} \quad SNR_o = \frac{K V_s^2}{K^2 e_n^2}$$

- Miten valita sopiva vahvistin?

- Minimoidaan kohinaluku:  $F = \frac{SNR_i}{SNR_o} = \frac{e_n^2}{e_{ns}^2} = 1 + \frac{e_n^2 + i_n^2 R_s^2}{4kTR_s}$
- Derivaatan nollakohta  $R_s$ :n suhteen:  $R_{opt} = \frac{e_n}{i_n}$
- Kohinaluvun minimi:  $F_{Min} = 1 + \frac{e_n i_n}{2kT}$